**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ**
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

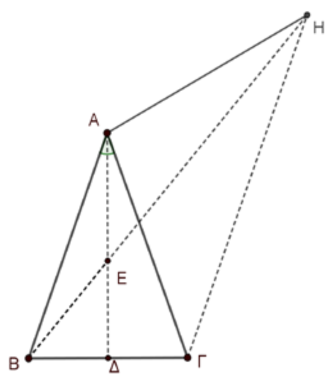
**GREEK MATHEMATICAL SOCIETY**
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

**ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ**
**79ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ**
**ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΘΑΛΗΣ”**
**10 Νοεμβρίου 2018**

## Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

### Πρόβλημα 1
Να υπολογίσετε την τιμή της αριθμητικής παράστασης:
$$A=\left(\frac{(-8)^3}{2^3}+\frac{(-12)^3}{(-3)^3}+10\right)\cdot\left(\frac{(-8)^2}{2^2}+\frac{(-12)^2}{(-3)^2}-22\right).$$

### Πρόβλημα 2
Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές (ΑΒ = ΑΓ), με $\hat{A}=40°$, και ΑΔ είναι η διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}$. Επίσης τα τρίγωνα ΑΒΕ και ΑΒΗ είναι ισοσκελή με ΕΑ = ΕΒ και ΑΒ = ΑΗ.
Να αποδείξετε ότι:
**(α)** $A\hat{H}B=20°$,
**(β)** $A\hat{\Gamma}H=40^\circ$,
**(γ)** η ΗΒ είναι η διχοτόμος της γωνίας $A\hat{H}\Gamma$.
**Σημείωση:** *Να κάνετε το δικό σας σχήμα στην κόλλα με τις απαντήσεις σας.*




### Πρόβλημα 3
Ο Νίκος επισκέφθηκε για ψώνια 3 καταστήματα στη σειρά. Στο πρώτο κατάστημα ξόδεψε 30 ευρώ περισσότερα από το μισό των χρημάτων που είχε μαζί του. Στο δεύτερο κατάστημα ξόδεψε 40 ευρώ περισσότερα από το μισό των χρημάτων που του είχαν μείνει, όταν βγήκε από το πρώτο κατάστημα. Στο τρίτο κατάστημα ξόδεψε 50 ευρώ περισσότερα από το μισό των χρημάτων που του είχαν μείνει, όταν βγήκε από το δεύτερο κατάστημα. Αν μετά την αγορά του στο τρίτο κατάστημα τελείωσαν τα χρήματα του, να βρείτε πόσα χρήματα είχε μαζί του όταν ξεκίνησε τις αγορές του.

### Πρόβλημα 4
Τρεις θετικοί ακέραιοι $\alpha,\beta$ και $\gamma$, με $\alpha<\beta<\gamma$, έχουν μέγιστο κοινό διαιρέτη τον ακέραιο 72 και ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο τον ακέραιο 1008. Αν γνωρίζετε ότι ο μέγιστος κοινός διαιρέτης των $\alpha,\beta$ ισούται με το μέγιστο κοινό διαιρέτη των $\beta,\gamma$, να βρείτε τις δυνατές τιμές των $\alpha,\beta,\gamma$.

***Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες*** ***Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες***
***Καλή επιτυχία!***

**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ**
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

**GREEK MATHEMATICAL SOCIETY**
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

**ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ**
**79ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ**
**ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΘΑΛΗΣ"**
**10 Νοεμβρίου 2018**

## Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

**Πρόβλημα 1**
Να υπολογίσετε την τιμή της αριθμητικής παράστασης:

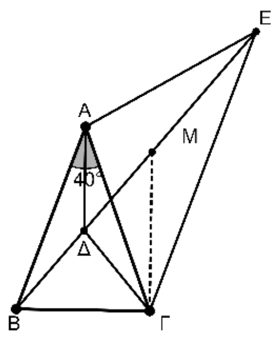
$$\mathrm{A}=\left(\frac{(-20)^{11}}{4^{11}}+\frac{(-25)^{11}}{(-5)^{11}}\right)\cdot(-2018)^{2}+\left(\frac{(-8)^{20}}{2^{20}}-\left(\frac{1}{4}\right)^{-20}\right)+200.$$

**Πρόβλημα 2**
Ο Νίκος αγόρασε 4 μήλα από τα οποία το βαρύτερο ζυγίστηκε πρώτο και ήταν 120 γραμμάρια. Στη συνέχεια ζυγίστηκε το δεύτερο μήλο και ο μέσος όρος του βάρους των δύο πρώτων μήλων ήταν 115 γραμμάρια. Στη συνέχεια ζυγίστηκε το τρίτο μήλο και παρατήρησε ότι ο μέσος όρος του βάρους των τριών μήλων ήταν μικρότερος από τον προηγούμενο μέσο όρο του βάρους των δύο πρώτων μήλων κατά 10 γραμμάρια. Τέλος όταν ζυγίστηκε το τέταρτο μήλο παρατήρησε ότι ο μέσος όρος του βάρους των τεσσάρων μήλων ήταν επίσης μικρότερος κατά 10 γραμμάρια από τον προηγούμενο μέσο όρο του βάρους των τριών μήλων. Να βρείτε πόσα γραμμάρια ήταν καθένα από τα τρία μήλα που ζυγίστηκαν μετά το πρώτο.

**Σημείωση:** *Ο μέσος όρος ν αριθμών* $\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_\nu$ *είναι ο αριθμός* $\dfrac{\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_\nu}{\nu}$ .

**Πρόβλημα 3**
Να βρείτε όλες τις τιμές του ακεραίου $\alpha$, για τις οποίες η εξίσωση $\dfrac{x-1}{x-2}=\dfrac{x-\alpha}{x-6}$ έχει ακέραιες λύσεις.

**Πρόβλημα 4**
Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές (ΑΒ=ΑΓ) με $\widehat{\mathrm{A}}=40^\circ$ και για το σημείο Δ ισχύει ότι: ΔΑ = ΔΒ = ΔΓ. Αν η ΓΜ είναι παράλληλη στην ΑΔ και το τρίγωνο ΑΒΕ είναι ισοσκελές (ΑΒ = ΑΕ), να αποδείξετε ότι:
**(α)** η ΑΔ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{\mathrm{A}}$.
**(β)** $\Gamma\widehat{\mathrm{A}}\mathrm{E}=100^\circ$.
**(γ)** η ΑΜ είναι κάθετη στην ΓΕ.
**Σημείωση:** *Να κάνετε το δικό σας σχήμα στην κόλλα με τις απαντήσεις σας.*




***Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες*** ***Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες***
***Καλή επιτυχία!***

**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ**
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

**GREEK MATHEMATICAL SOCIETY**
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

**ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ**
**80ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ**
**ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΘΑΛΗΣ"**
**9 Νοεμβρίου 2019**

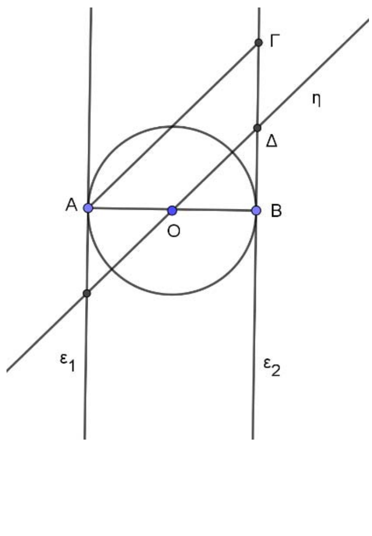
## Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

**Πρόβλημα 1**
Να υπολογίσετε την τιμή της αριθμητικής παράστασης:

$$\mathrm{A}=\left(\frac{(-16)^5}{(-8)^5}+\frac{(-12)^5}{6^5}+1\right)\cdot\left(\frac{(-16)^3}{8^3}+\frac{(-12)^3}{(-6)^3}+2019\right).$$

**Πρόβλημα 2**
Ένας ταξιδιώτης έμεινε σε μία πόλη ένα τριήμερο. Την πρώτη μέρα ξόδεψε το $\frac{1}{3}$ των χρημάτων που είχε μαζί του. Τη δεύτερη μέρα ξόδεψε το $\frac{1}{4}$ των χρημάτων που του είχαν μείνει και την τρίτη μέρα ξόδεψε το $\frac{1}{5}$ των χρημάτων που του είχαν μείνει. Αν στο τέλος της τρίτης μέρας του είχαν μείνει 240 ευρώ, να βρείτε πόσα χρήματα είχε μαζί του ο ταξιδιώτης στην αρχή της πρώτης μέρας.

**Πρόβλημα 3**
Δίνεται κύκλος με διάμετρο $\mathrm{AB}$, κέντρο $\mathrm{O}$ και οι ευθείες $\varepsilon_1,\varepsilon_2$ που είναι κάθετες στα άκρα $\mathrm{A}$ και $\mathrm{B}$ της διαμέτρου $\mathrm{AB}$. Στην ευθεία $\varepsilon_2$ παίρνουμε ευθύγραμμο τμήμα $\mathrm{B\Gamma}$ ίσο με τη διάμετρο του κύκλου και στη συνέχεια σχεδιάζουμε την ευθεία $\eta$ να διέρχεται από το κέντρο του κύκλου και να είναι παράλληλη προς το ευθύγραμμο τμήμα $\mathrm{A\Gamma}$. Η ευθεία $\eta$ τέμνει το ευθύγραμμο τμήμα $\mathrm{B\Gamma}$ στο σημείο $\Delta$.




**(α)** Να αποδείξετε ότι οι ευθείες $\varepsilon_1,\varepsilon_2$ είναι παράλληλες και να υπολογίσετε τις γωνίες των τριγώνων $\mathrm{AB\Gamma}$ και $\mathrm{OB\Delta}$.
**(β)** Να αποδείξετε ότι το $\Delta$ είναι μέσον του ευθυγράμμου τμήματος $\mathrm{B\Gamma}$.
**(γ)** Να εξετάσετε το είδος του τετράπλευρου $\mathrm{AO\Delta\Gamma}$.

**Πρόβλημα 4**
Χρησιμοποιώντας μία μόνο φορά καθέναν από τους ακέραιους από το 1 μέχρι και το 26 γράφουμε 13 κλάσματα. Πόσα το πολύ από αυτά τα κλάσματα μπορεί να είναι ίσα με ακέραιο αριθμό;

***Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες*** ***Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες***
***Καλή επιτυχία!***

**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ**
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

**GREEK MATHEMATICAL SOCIETY**
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

**ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ**
**80ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ**
**ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΘΑΛΗΣ"**
**9 Νοεμβρίου 2019**

## Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

### Πρόβλημα 1

Να υπολογίσετε την τιμή της αριθμητικής παράστασης:

$$\mathrm{A}=\left(\left(\frac{(-32)^9}{4^9}+\frac{(-16)^9}{(-2)^9}\right)\cdot(-2019)^2+20\right)\cdot\left(\frac{(-10)^{10}}{2^{10}}-\left(-\frac{1}{5}\right)^{-10}+100\right).$$

### Πρόβλημα 2

Σε ένα τηλεοπτικό παιγνίδι ο Γιώργος πριν την τελική φάση του παιγνιδιού έχει κερδίσει 600 ευρώ. Στην τελική φάση πρέπει να απαντήσει σε 12 ερωτήσεις. Για κάθε σωστή απάντηση κερδίζει 80 ευρώ, ενώ για κάθε λανθασμένη απάντηση χάνει 40 ευρώ. Αν ο Γιώργος κέρδισε τελικά 1320 ευρώ, να βρείτε σε πόσες ερωτήσεις απάντησε σωστά.

### Πρόβλημα 3

**(α)** Να προσδιορίσετε το μεγαλύτερο και το μικρότερο από τα κλάσματα:

$$\frac{2020}{2019},\frac{2021}{2020},\frac{2022}{2021},\frac{3020}{3019},\frac{3021}{3020},\frac{3022}{3021},$$

χωρίς να τα μετατρέψετε σε δεκαδικό αριθμό.

**(β)** Να προσδιορίσετε το μεγαλύτερο και το μικρότερο από τα κλάσματα:

$$\frac{4020}{4021},\frac{4021}{4022},\frac{4022}{4023},\frac{5020}{5021},\frac{5021}{5022},\frac{5022}{5023},$$

χωρίς να τα μετατρέψετε σε δεκαδικό αριθμό.

Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

### Πρόβλημα 4

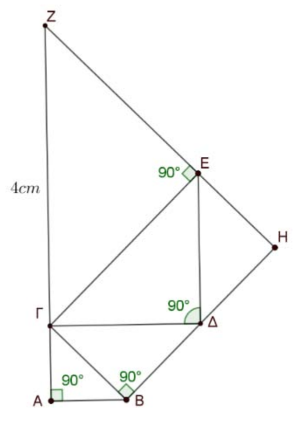
Στο διπλανό σχήμα οι γωνίες $\mathrm{B\hat{A}\Gamma}, \mathrm{\Delta\hat{B}\Gamma}, \mathrm{E\hat{\Delta}\Gamma}$ και $\mathrm{Z\hat{E}\Gamma}$ είναι ορθές. Δίνεται ακόμη ότι: $\mathrm{AB}=\mathrm{A\Gamma}$, $\mathrm{B\Gamma}=\mathrm{B\Delta}$, $\mathrm{\Delta\Gamma}=\mathrm{\Delta E}$, $\mathrm{E\Gamma}=\mathrm{EZ}$ και $\mathrm{\Gamma Z}=4\ cm$.

Στο σημείο Η τέμνονται οι ευθείες ΒΔ και ΖΕ.

**(α)** Να βρείτε το μήκος της πλευράς ΑΒ.

**(β)** Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α, Γ και Ζ βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία.

**(γ)** Να βρείτε το εμβαδόν του τετραπλεύρου ΒΓΕΗ.




*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες*

*Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες*

*Καλή επιτυχία!*

**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ**
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

**GREEK MATHEMATICAL SOCIETY**
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

**ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ**
**81ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ**
**ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΘΑΛΗΣ"**
**6 Νοεμβρίου 2020**

## Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

**Πρόβλημα 1 (μονάδες 5)**
Να υπολογίσετε την τιμή της αριθμητικής παράστασης:

$$\mathrm{A}=\left(\frac{(-6)^{17}}{(-3)^{16}}+\frac{(-12)^{16}}{6^{15}}+2^{0}\right)\cdot\left(\frac{(-8)^{31}}{4^{31}}+\frac{(-20)^{31}}{(-10)^{31}}+2020\right).$$

**Πρόβλημα 2 (μονάδες 7)**
Οι ομάδες μπάσκετ δώδεκα Γυμνασίων της Αθήνας παίρνουν μέρος σε ένα σχολικό πρωτάθλημα μπάσκετ. Κάθε μία ομάδα θα παίξει με όλες τις υπόλοιπες ομάδες μία μόνο φορά. Σε κάθε αγωνιστική ημέρα οι ομάδες θα παίζουν την ίδια ώρα ανά ζεύγη και θα έχουμε 6 αγώνες. Μετά το τέλος κάθε αγωνιστικής θα βγαίνει η βαθμολογία σε φθίνουσα σειρά σύμφωνα με τους βαθμούς που θα έχει κάθε ομάδα. Στο σύστημα βαθμολογίας των ομάδων η νίκη παίρνει έναν βαθμό, η ήττα μηδέν βαθμούς και δεν υπάρχει ισοπαλία. Υπάρχει αγωνιστική ημέρα μετά το τέλος της οποίας η βαθμολογία που θα βγει θα δίνει σε κάθε ομάδα διαφορετικούς βαθμούς από όλες τις άλλες ομάδες;

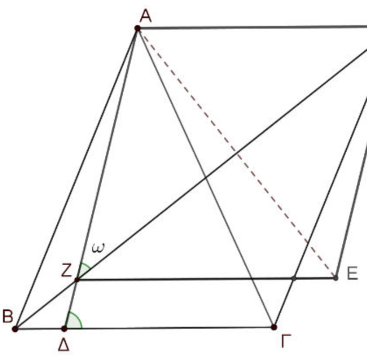
**Πρόβλημα 3 (μονάδες 8)**
Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες ΑΒ και ΗΓ είναι παράλληλες και οι ευθείες ΒΓ και ΑΗ είναι παράλληλες. Το σημείο Δ ανήκει στο ευθύγραμμο τμήμα ΒΓ και οι ευθείες ΑΔ και ΒΗ τέμνονται στο σημείο Ζ έτσι ώστε να ισχύει:

$$\mathrm{AZ}=\mathrm{B\Gamma}.$$

Επίσης οι ευθείες ΑΔ και ΗΕ είναι παράλληλες και οι ευθείες ΖΕ και ΑΗ είναι παράλληλες.

Αν $\mathrm{A}\hat{\mathrm{Z}}\mathrm{H}=\omega$, τότε:

**(α)** Να βρείτε τη γωνία $\Gamma\hat{\Delta}\mathrm{Z}$ συναρτήσει του $\omega$.
**(β)** Να αποδείξετε ότι οι ευθείες ΑΕ και ΖΗ είναι κάθετες.




*(Σημείωση: Να σχεδιάσετε στην κόλλα σας το δικό σας σχήμα)*

**Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες**
**Καλή επιτυχία!**

**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ**
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

**GREEK MATHEMATICAL SOCIETY**
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

**ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ**
**81ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ**
**ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΘΑΛΗΣ"**
**6 Νοεμβρίου 2020**

## Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

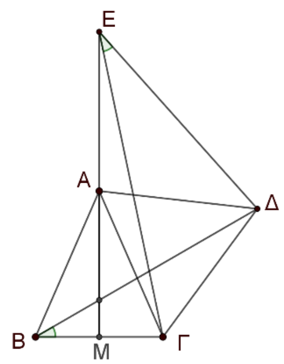
**Πρόβλημα 1 (μονάδες 5)**
Να υπολογίσετε την τιμή της αριθμητικής παράστασης:

$$\mathrm{A}=\left(\frac{(-3)^{-7}}{(-6)^{-6}}+\frac{(-6)^{-8}}{12^{-7}}+20^{0}\right)\cdot\left(\frac{(-10)^{-35}}{5^{-35}}+\frac{(-22)^{-35}}{(-11)^{-35}}+2021\right).$$

**Πρόβλημα 2 (μονάδες 7)**
Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma > B\Gamma$. Εξωτερικά του τριγώνου $AB\Gamma$ θεωρούμε ισόπλευρο τρίγωνο $A\Gamma\Delta$. Προεκτείνουμε τη διάμεσο ΑΜ του τριγώνου ΑΒΓ προς το μέρος του Α κατά τμήμα ΑΕ = ΑΒ.
Να αποδείξετε ότι:

$$\widehat{\Delta B\Gamma} = \widehat{\Gamma E\Delta} = 30°.$$

*(Σημείωση: Να σχεδιάσετε στην κόλλα σας το δικό σας σχήμα)*




**Πρόβλημα 3 (μονάδες 8)**
Σε μία παρέα κάποια μέλη της αποτελούν την ομάδα Μ που αγαπάει τα Μαθηματικά, ενώ τα υπόλοιπα μέλη αποτελούν την ομάδα Φ που αγαπάει τη Φυσική. Ο μέσος όρος των ηλικιών των μελών που αγαπούν τα Μαθηματικά είναι 25 χρόνια, ενώ αυτών που αγαπούν τη Φυσική είναι 35 χρόνια. Όμως δύο μέλη της ομάδας Φ δήλωσαν ότι πλέον άλλαξαν προτίμηση και ζήτησαν να ενταχθούν στην ομάδα Μ. Τότε ο μέσος όρος των ηλικιών της ομάδας Μ έγινε 27, ενώ ο μέσος όρος των ηλικιών της ομάδας Φ έγινε 37. Να βρείτε πόσα μέλη είχε συνολικά η παρέα και να δώσετε ένα παράδειγμα μιας τέτοιας παρέας.

**Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες**
**Καλή επιτυχία!**

**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ**
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

**GREEK MATHEMATICAL SOCIETY**
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

**ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ**
**82ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ**
**ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΘΑΛΗΣ”**
**5 Νοεμβρίου 2021**

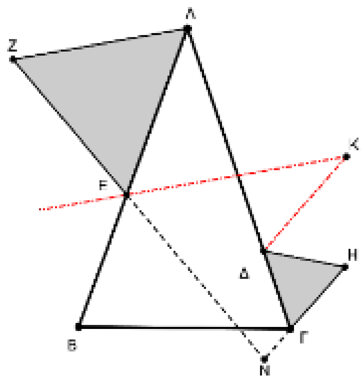
## Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

**Πρόβλημα 1 (μονάδες 6)**
Να βρεθούν οι τριψήφιοι θετικοί ακέραιοι $x = \overline{abc}$ και $y = \overline{cba}$ για τους οποίους ισχύει $0 < c < a$ και οι δύο διαιρούνται με το 4 .

( *Σημείωση:* $x = \overline{abc} = 100a + 10b + c$ , $y = \overline{cba} = 100c + 10b + a$ ).

**Πρόβλημα 2 (μονάδες 7)**
Οι καθηγητές των Μαθηματικών και Φυσικής βαθμολόγησαν για το Α΄ τετράμηνο τους μαθητές ενός Τμήματος του Γυμνασίου τους ως εξής:
Ο καθηγητής των Μαθηματικών έβαλε $\alpha$ φορές το βαθμό 20, $\beta$ φορές το βαθμό 18, $\gamma$ φορές το βαθμό 16 και $\delta$ φορές το βαθμό 14. Ο καθηγητής της Φυσικής έβαλε $\alpha$ φορές το βαθμό 18, $\beta$ φορές το βαθμό 16, $\gamma$ φορές το βαθμό 14 και $\delta$ φορές το βαθμό 20. Γνωρίζουμε ότι το άθροισμα των βαθμών των μαθητών του Τμήματος στα Μαθηματικά ισούται με το άθροισμα των βαθμών των μαθητών του Τμήματος στη Φυσική. Να προσδιορίσετε τον αριθμό $\mathrm{N}$ των μαθητών του Τμήματος, αν δίνεται ότι $20 < \mathrm{N} < 28$.

**Πρόβλημα 3 (μονάδες 7)**
Στο διπλανό σχήμα, το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές (ΑΒ = ΑΓ) και τα τρίγωνα ΑΕΖ, ΔΓΗ είναι ισόπλευρα. Οι διχοτόμοι των γωνιών $\mathrm{B\hat{E}Z}$ και $\mathrm{A\hat{\Delta}H}$ τέμνονται στο σημείο Κ. Οι προεκτάσεις των ευθύγραμμων τμημάτων ΕΖ και ΓΗ τέμνονται στο σημείο Ν.
Να αποδείξετε ότι:
**(α)** $\mathrm{E\hat{K}\Delta = B\hat{A}\Gamma}$
**(β)** $\mathrm{E\hat{N}\Gamma = 120^0 - B\hat{A}\Gamma}$



*(Σημείωση: Να σχεδιάσετε στην κόλλα σας το δικό σας σχήμα)*

**Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες**
**Καλή επιτυχία!**

**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ**
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

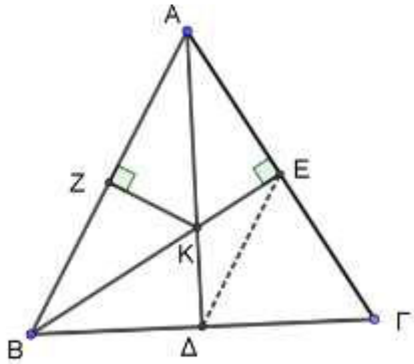
**GREEK MATHEMATICAL SOCIETY**
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

**ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ**
**82$^{ος}$ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ**
**ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΘΑΛΗΣ”**
**5 Νοεμβρίου 2021**

## Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

**Πρόβλημα 1 (μονάδες 6)**
Ο Γιάννης μπορεί να χρησιμοποιήσει απεριόριστες φορές το ψηφίο 9 και ακριβώς μία μόνο φορά το ψηφίο 2 για να γράψει θετικούς ακέραιους. Να βρείτε τον ελάχιστο δυνατό θετικό ακέραιο που μπορεί να γράψει ο Γιάννης ο οποίος διαιρείται με το μεγαλύτερο δυνατό πλήθος στοιχείων του συνόλου $\Sigma = \{2,3,4,5,6,7,8,9\}$.

**Πρόβλημα 2 (μονάδες 7)**
Στο διπλανό σχήμα δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ στο οποίο η διχοτόμος ΑΔ της γωνίας $\hat{A}$, το ύψος ΒΕ και η μεσοκάθετη ΖΚ της πλευράς ΑΒ περνούν από το ίδιο σημείο Κ.




**(α)** Να βρείτε πόσων μοιρών είναι η γωνία $\hat{A}$ του τριγώνου ΑΒΓ.
**(β)** Αν επιπλέον γνωρίζετε ότι η ευθεία ΕΔ είναι παράλληλη προς την ευθεία ΑΒ, να αποδείξετε ότι

$$K\Delta = KE = KZ.$$

*(Σημείωση: Να σχεδιάσετε στην κόλλα σας το δικό σας σχήμα)*

**Πρόβλημα 3 (μονάδες 7)**
Μία σχολική τάξη έχει συνολικά $A$ μαθητές. Μία μαθήτρια, η Μαρία, αποφασίζει να στείλει ευχετήριες κάρτες στα υπόλοιπα παιδιά της τάξης. Όμως, ξεχνάει να βάλει γραμματόσημο σε $\frac{A}{4}$ από αυτές που είχε ετοιμάσει, οπότε στέλνει τις υπόλοιπες. Από τις υπόλοιπες, λόγω καθυστέρησης του ταχυδρομείου, μόνο το $\frac{1}{10}$ έφτασε εγκαίρως. Ποια είναι η ελάχιστη δυνατή τιμή του $A$;

**Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες**
**Καλή επιτυχία!**

**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ**
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

**GREEK MATHEMATICAL SOCIETY**
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

**ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ**
**83ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ**
**ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΘΑΛΗΣ"**
**11 Νοεμβρίου 2022**

## Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

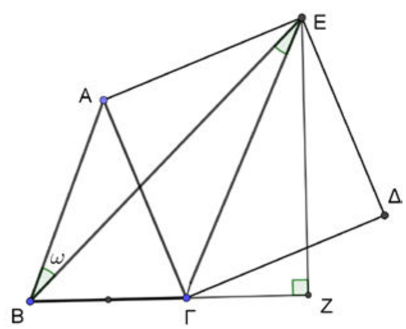
### Πρόβλημα 1 (Μονάδες 6)

Να υπολογίσετε την τιμή της αριθμητικής παράστασης:

$$\mathrm{A}=\left(\frac{(-21)^7}{7^7}+\frac{(-15)^7}{(-5)^7}+4044\right):\left(\frac{(-14)^3}{7^3}+\frac{(-18)^3}{(-9)^3}+2\right)$$

### Πρόβλημα 2 (Μονάδες 7)

Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με ΑΒ = ΑΓ και το τετράπλευρο ΑΓΔΕ είναι τετράγωνο. Αν $\mathrm{A}\widehat{\mathrm{B}}\mathrm{E}=\omega$ και η ευθεία ΕΖ είναι κάθετη προς την ευθεία ΒΖ, τότε:




**(1)** Να βρείτε συναρτήσει του $\omega$ τα μέτρα των γωνιών του τριγώνου ΑΒΓ.

**(2)** Να αποδείξετε ότι: ΒΖ = ΕΖ

***Παρατήρηση:*** *Να κάνετε στο γραπτό σας το δικό σας σχήμα.*

### Πρόβλημα 3 (Μονάδες 7)

Ο κύριος Γιάννης αγοράζει μια σακούλα καραμέλες για τα δύο παιδιά του, Γιώργο και Δημήτρη, και τους δίνει κάποιες από αυτές τυχαία. Όταν πηγαίνουν στο σπίτι διαπιστώνουν ότι ο Γιώργος έχει επτά φορές περισσότερες καραμέλες από τον Δημήτρη και επτά φορές περισσότερες από αυτές που έμειναν στη σακούλα. Τα παιδιά τρώνε κάποιες από αυτές και την άλλη μέρα παίρνουν κάποιες ακόμη από τη σακούλα. Τότε διαπιστώνουν ότι ο Δημήτρης έχει επτά φορές περισσότερες καραμέλες και από τον Γιώργο και από αυτές που απέμειναν στη σακούλα. Να αποδείξετε ότι τα παιδιά έφαγαν τουλάχιστον τα ¾ από τις συνολικές καραμέλες που αγόρασε ο κύριος Γιάννης.

***Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες*** ***Καλή επιτυχία!***

**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ**
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

**GREEK MATHEMATICAL SOCIETY**
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

## ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
## 83ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
## ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΘΑΛΗΣ”
## 11 Νοεμβρίου 2022

### Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

**Πρόβλημα 1 (Μονάδες 6)**

Να υπολογίσετε την τιμή της αριθμητικής παράστασης:

$$\mathrm{A}=\left(\left(\frac{(-22)^5}{2^5}+\frac{(-44)^5}{(-4)^5}\right)\cdot(-2022)^2+10^6\right):\left(\frac{2^{-10}}{(-10)^{-10}}-(-5)^{10}+10^3\right)$$

**Πρόβλημα 2 (Μονάδες 7)**

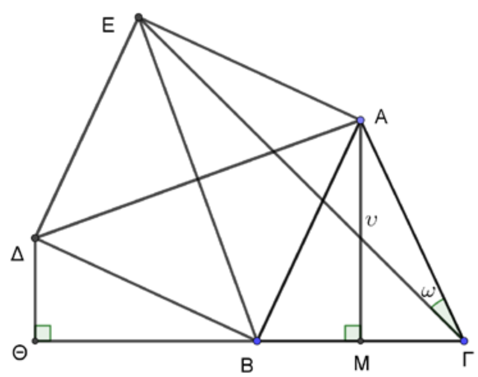
Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με $\mathrm{AB}=\mathrm{A\Gamma}$ και το τετράπλευρο ΑΒΔΕ είναι τετράγωνο.

Αν είναι $\mathrm{A}\hat{\Gamma}\mathrm{E}=\omega$, $\Delta\hat{\Theta}\mathrm{B}=90^0=\mathrm{A}\hat{\mathrm{M}}\mathrm{B}$ και $\mathrm{B\Gamma}=\alpha$, $\mathrm{AM}=\upsilon$, τότε να βρείτε:

**(1)** Το μέτρο της γωνίας $\mathrm{E}\hat{\Gamma}\mathrm{B}$.

**(2)** Το εμβαδόν του τραπεζίου ΑΜΘΔ συναρτήσει των $\alpha$ και $\upsilon$.

***Σημείωση.*** *Να κάνετε στο γραπτό σας το δικό σας σχήμα*




**Μονάδες 7**

**Πρόβλημα 3 (Μονάδες 7)**

Ο πληθυσμός μιας πόλης στην τελευταία απογραφή πληθυσμού ήταν Α κάτοικοι, όπου $35000<\mathrm{A}<40000$. Δίνεται ότι ο αριθμός Α, όταν διαιρεθεί με το 7 δίνει υπόλοιπο 1, όταν διαιρεθεί με το 9 δίνει υπόλοιπο 1 και όταν διαιρεθεί με το 64 δίνει υπόλοιπο 3. Να προσδιορίσετε τον πληθυσμό της πόλης.

***Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες*** ***Καλή επιτυχία!***